

Кафедра общей и теоретической физики

А. Селиверстов¹

Простейшая нерелятивистская модель звезды из вырожденного фермионного газа

(научно-исследовательская работа)

Аннотация

В работе сформулирована простейшая нерелятивистская модель из вырожденного фермионного газа. Применена оригинальная схема обезразмеривания системы уравнений. Численным образом решена система дифференциальных уравнений для ряда значений массовой плотности вещества в центре звезды. Построены универсальные зависимости плотности и массы звезды от расстояния до ее центра. Показано, что по мере увеличения плотности в центре, радиус звезды уменьшается, а масса возрастает стремясь к некоторому предельному значению. Выполнен численный анализ радиуса, массы и массовой плотности в центре для белых карликов из водорода-гелиевой, углеродной плазмы и плазмы из ядер железа ${}^{56}_{26}\text{Fe}$. В частности, получен предел Чандрасекара для углеродных белых карликов ($\mathcal{M}_*^{cr} = 1.44 \cdot \mathcal{M}_\odot$). На примере трех белых карликов продемонстрировано, что данная модель уверенно описывает данные эксперимента, при этом в рамках данной модели предсказывается плотность в центре звезды, и по параметру Y_e можно приближенно оценить доминирующие компоненты плазмы. Здесь также рассмотрены основные свойства кварковой и нейтральной звезд. Показано, что существование таких звезд может адекватно разрешить фундаментальные проблемы астрофизики – *проблемы сверхмассивных звезд и холодной темной материи.*

Комментарии: работа выполнена под научным руководством старшего преподавателя кафедры общей и теоретической физики СамГУ, к.ф.-м.н., Филиппова Ю.П.² и отмечена дипломом победителя первой степени в секции "Астрономия" Самарской областной научно-практической конференции школьников 2010 года на Самарской областной научно-практической конференции школьников в 2010 г в секции "Астрономия".



Работа выставлена на **ASTRODROME**: 05.04.2010

¹E-mail:

²E-mail:yuphil@ssu.samara.ru

Оглавление

Введение	3
1 Современные представления о природе звезд	8
1.1 Классификации звезд и их основные характеристики	8
1.2 Конечный этап эволюции звезд: белый карлик, нейтронная звезда и черная дыра	16
2 Нерелятивистская модель звезды из вырожденного фермионного газа	34
2.1 Формулировка модели	34
2.2 Основные уравнения внутреннего строения звезд	35
2.3 Уравнение состояния вещества звезды	39
2.4 Обезразмеривание и редукция уравнений	43
2.5 Полная энергия звезды. Предел Чандрасекара	48
2.6 Численные результаты и анализ	50
Заключение	57
Литература	60
Приложения	64
А. Краткая история изучения звезд	64
В. Оценка некоторых физических параметров БК	66
С. Некоторые частные решения уравнений внутреннего строения звезд	69

Введение

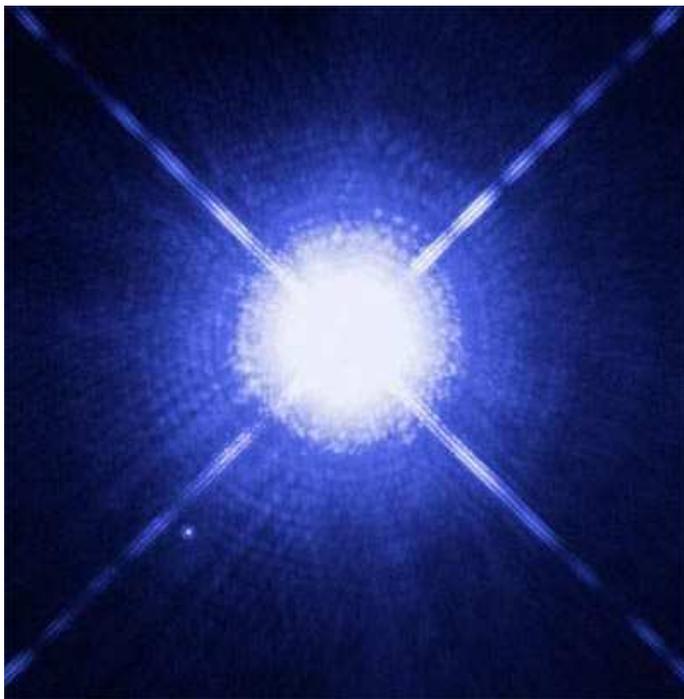


Рис. 1. Sirius A и белый карлик Sirius B – маленькая яркая точка в левой нижней части фотографии (Hubble, октябрь 2003 г).

Актуальность работы. В 1844 г. директор Кёнигсбергской обсерватории Фридрих Бессель обнаружил, что Сириус, ярчайшая звезда неба, периодически, хотя и весьма слабо, отклоняется от прямолинейной траектории движения по небесной сфере [1]. Бессель пришел к выводу, что у Сириуса должен быть невидимый «темный» спутник, причем период обращения обеих звезд вокруг общего центра масс должен быть порядка 50 лет. Сообщение было встречено скептически научным сообществом, поскольку темный спутник оставался ненаблюдаемым, а его масса должна была

быть достаточно велика — сравнимой с массой Сириуса.

В январе 1862 г. Элвин Грэхем Кларк, юстируя 18-ти дюймовый рефрактор, самый большой на то время рефрактор в мире (Dearborn Telescope), впоследствии поставленный семейной фирмой Кларков в обсерваторию Чикагского университета, обнаружил в непосредственной близости от Сириуса тусклую звездочку. Это был темный спутник Сириуса, Сириус В, предсказанный Бесселем (см. рис. 1). Спектральный анализ его излучения (выполненный впервые У. Адамсом в 1914 г) в последствие указал на то, что эффективная температура поверхности Сириуса В составляет $T_{\text{eff}} = 25000 \text{ K}$, что, с учетом его аномально низкой светимости, указывает на очень малый радиус и, соответственно, крайне высокую плотность $\rho \sim 10^6 \text{ г/см}^3$ (плотность Сириуса А $\rho \sim 0.25 \text{ г/см}^3$, плотность Солнца $\rho_{\odot} \sim 1.4 \text{ г/см}^3$).

Новое открытие явно противоречило закономерностям, запечатленным на диаграмме Герцшпрунга-Рассела. Данная диаграмма демонстрирует стати-

стическую зависимость светимости звезд от спектрального класса (т. е. температуры) [2]. До этого открытия полагали, что все разнообразие звезд укладывается в две ветви этой диаграммы — *главную последовательность* и *ветвь красных гигантов*.

Однако, открытие в 1910 году второго белого карлика — 40 Эрида В и анализ его физических свойств окончательно укрепило в научном астрономическом сообществе *парадокс аномально высокой плотности*. Данный объект оказался относительно близким, для которого с использованием метода параллакса достаточно точно определили расстояние до него и, соответственно, светимость. Светимость 40 Эрида В оказалась аномально низкой для ее спектрального класса (эффективная температура $T_{\text{eff}} = 17000^\circ \text{K}$). Точные расчеты указали на чрезвычайно малые размеры звезды — она оказалась меньше Земли [3]. В итоге белые карлики образовали новую последовательность на диаграмме Герцшпрунга-Рассела. По наблюдениям видимого движения компонент двойной звезды 40 Эрида с использованием третьего закона Кеплера была вычислена масса данного спутника и вновь она оказалось порядка солнечной. Такое сочетание светимости, массы и температуры было непонятно и не находило объяснения в рамках стандартной модели строения звезд главной последовательности, разработанной А.С. Эддингтоном в 1920-х годах.

В 1917 г. американский астроном Адриан ван Маанен открыл еще один белый карлик — звезду ван Маанена в созвездии Рыб [4].

Парадокс аномально высокой плотности остался неразрешимым вопросом в рамках классической физики и астрономии. Он нашел свое логическое объяснение лишь в рамках квантовой механики после появления *статистики Ферми-Дирака* и *принципа запрета Паули*. Согласно этим квантовым законам все частицы с полуцелым спином (фермионы), в частности, электроны могут образовывать при относительно низких температурах особое состояние — *вырожденный газ*. В этом состоянии давление сжатого электронного газа остается конечным и при абсолютном нуле (в отличие от идеального газа, что следует из уравнения Менделеева-Клайперона), причем величина давления зависит только от плотности, быстро возрастая при ее увеличении (пропорционально плотности в степени $5/3$). Такой быстрый рост давления с увеличением плотности означает, что в вырожденном газе при его сжатии средние скорости электронов должны возрастать.

В работе 1926 года [5] Р. Фаулер впервые показал, что в отличие от звезд главной последовательности, для которых уравнение состояния основывается на модели идеального газа (стандартная модель Эддингтона), для белых карликов плотность и давление вещества определяются свойствами вырожденного электронного газа (ферми-газа).

Следующим этапом в становлении природы белых карликов стали работы Я.И. Френкеля и С. Чандрасекара. В 1928 г. Френкель указал на то, что для белых карликов должен существовать верхний предел массы. В 1931 году С. Чандрасекар в работе [6] строго доказал, что существует верхний предел масс белых карликов, то есть эти звезды с массой выше определенного предела неустойчивы (*предел Чандрасекара*) и должны коллапсировать. В 1932 г. существование критической массы было физически объяснено Л.Д. Ландау.

Дальнейшее развитие теория строения звезд из вырожденного фермионного газа получила в серии работ, посвященных природе нейтронных звезд. В 1932 году Джеймс Чадвик на примере ядерной реакции $\alpha + Be \rightarrow C + n$ доказал существование нейтрона. И вскоре после данного открытия советский физик Л.Д. Ландау показал, что возможно существование макрообъектов, состоящих в основном из нейтронов – *нейтронные звезды*. Такие объекты устойчивы благодаря давлению вырожденного газа. Но это не газ электронов, как в случае белых карликов, а газ нейтронов. Т.к. нейтроны почти в 2000 раз тяжелее электронов, то их длина волны де Бройля намного меньше, и для достижения вырождения необходимы бóльшие плотности. Поэтому примерно при той же массе (порядка солнечной) нейтронные звезды в тысячу раз меньше белых карликов и имеют размеры около 10 км. Эти параметры соответствуют плотности около 10^{14} г/см³, что составляет величину порядка плотности атомного ядра.

В 1934 году В. Бааде и Ф. Цвикки высказали предположение о возникновении таких звезд в результате взрыва сверхновой звезды [7]. При взрыве сверхновой возможно образование неустойчивого белого карлика, с массой, большей предела Чандрасекара, которая претерпевает последующую нейтронизацию – процесс объединения протонов и электронов с последующим образованием нейтронов. Такой процесс начинается при достижении некоторой критической плотности (разной для вещества, состоящего из различных ядер), при этом рост давления резко замедляется. В результате механическое равновесие вновь восстанавливается.

Сегодня физика нейтронных звезд остается актуальным направлением астрофизики и здесь еще много открытых вопросов. Например, точное значение верхнего предела массы нейтронной звезды, определяется уравнением состояния вещества, в котором господствуют ядерные взаимодействия. Поскольку последние изучены недостаточно, то и уравнение состояния вещества трудно поддается точному определению [8]. Отметим, что первое общепризнанное наблюдение нейтронной звезды состоялось только в 1968, с открытием пульсаров.

Новый виток в развитии физики звезд из вырожденного ферми-газа положила проблема холодной темной материи [9, 10]. Для объяснения существо-

вания во Вселенной огромного количества темного вещества в 1995 году в работе [11] А.В. Гуревич и К.П. Зыбин первыми предположили идею о существовании нейтральных звезд — звезд из вырожденного газа гипотетических частиц нейтралино. Существование такой частицы предсказывают многие современные квантовые модели, основанные на суперсимметрии.

В 1999 году опубликована работа Невина Билика и др. [12]. Здесь они рассмотрели звезды, состоящие как из тяжелых нейтрино, так и из двух сортов частиц — нейтралино и тяжелых нейтрино. Авторы доказали, что всегда есть предел массы и радиуса такой звезды. Кроме этого, в силу их компактности, они могут обладать свойствами МАСНОs объектов.

Еще один толчок в развитии эта теория получила после получения первых косвенных экспериментальных доказательств существования *кварковых звезд*. Согласно современным представлениям, *кварковая звезда* — гипотетическое астрономическое тело, состоящее из так называемой "кварковой материи" [13]. Считается, что такие звезды занимают промежуточное место между нейтронными звездами и черными дырами. Кварковые звезды могут оказаться настолько плотными, что излученный ими свет может двигаться по орбите вокруг такой звезды. Кроме того, пока не ясно, является ли переход вещества в кварковое состояние обратимым, т.е. неизвестно, перейдет ли кварковая материя в нейтронную при уменьшении давления. Как показывает моделирование, в кварковом газе, из которого, предположительно, состоит звезда, должно присутствовать большое количество s-кварков, поэтому иногда кварковые звезды называют еще и "странными" [14].

В 2007 году астрономы Аризонского университета П. Дюфо и Дж. Либерт открыли новый тип белых карликов — с углеродной оболочкой. Данный тип объектов еще плохо изучен и поэтому представляет особый интерес для теоретических исследований [15].

В связи со сказанным главной целью настоящей работы является построение простейшей нерелятивистской модели звезды из вырожденного фермионного газа и расчет основных физических параметров углеродных белых карликов, кварковых и нейтральных звезд.

Согласно сформулированной цели основными задачами являются следующие положения:

1. Построение простейшей математической модели звезды из вырожденного фермионного газа. Разработка новой схемы обезразмеривания системы дифференциальных уравнений внутреннего строения звезд.

2. Численное решение обезразмеренной замкнутой системы дифференциальных уравнений внутреннего строения звезд с учетом граничных условий. Численный анализ основных универсальных зависимостей.

3. Численный анализ зависимостей основных физических параметров уг-

леродных белых карликов, кварковых и нейтральных звезд. Сравнение полученных результатов с результатами предшественников. Оценка точности модели.

Основными инструментами решения поставленных задач являются:

1. Методы астрофизики внутреннего строения звезд [16] и некоторые результаты термодинамики вырожденного газа [17].

2. Элементы квантовой механики, релятивистской термодинамики и специальной теории относительности.

Данная работа имеет следующую структуру.

В **первой главе** подробно изложены современные представления о природе звезд.

Во **второй главе** представлены решения поставленных теоретических задач и их анализ.

Резюме по проделанной работе представлено в **заключении**. Финальная часть работы содержит список использованных источников и приложение.

Глава 1

Современные представления о природе звезд

В данной главе будут представлены современные представления о физической природе звезд и их эволюции. Краткая история изучения звезд представлена в приложении А.

1.1 Классификации звезд и их основные характеристики

В результате огромной работы, проделанной астрофизиками ряда стран, со второй половины XIX в. и по настоящее время человечество получило много ценной информации о различных характеристиках звезд, природе их излучения и эволюции.

Как это ни парадоксально, но сейчас ученые гораздо лучше понимают образование и эволюцию многих типов звезд, чем собственной планетной системы. В какой-то степени это понятно: астрономы наблюдают огромное множество звезд, находящихся на различных стадиях эволюции, в то время как непосредственно наблюдать другие планетные системы специалисты научились совсем недавно и то, лишь в ограниченном количестве случаев.

Отметим, что под *основными характеристиками* звезды в астрофизике традиционно понимаются такие физические параметры, как *масса* (M_*), *светимость* (L) — полное количество энергии, излучаемое звездой в единицу времени; *абсолютная звездная величина* (M_*) — это видимая звездная величина звезды, находящейся от наблюдателя на расстоянии 10 пс; *радиус* (R_*) и *эффективная температура* поверхностных слоев (T_{eff}).

С привлечением к исследованиям метода спектрального анализа было обнаружено, что звезды имеют разные спектры. *Спектры большинства звезд* в большей части всего интервала длин волн представляют собой наложение непрерывного спектра излучения и линейчатого спектра поглощения (см. при-